

Umiejętność 1.10 - Określanie Rozwinięcia Dziesiętnego Ułamka lub Odwrotnie

Umiejętność podstawowa

Określanie Rozwinięcia Dziesiętnego Ułamka

- **Ułamki Zwykłe:** Ułamki zwykłe można przekształcić na rozwinięcie dziesiętne przez podzielenie licznika przez mianownik.
- **Ułamki Skończone:** Ułamki, które po podzieleniu mają skończone rozwinięcie dziesiętne. Przykłady: $\frac{1}{2} = 0.5$, $\frac{3}{4} = 0.75$.
- **Ułamki Okresowe:** Ułamki, których rozwinięcie dziesiętne jest nieskończone, ale powtarza się cyklicznie. Przykłady: $\frac{1}{3} = 0.(3)$, $\frac{2}{7} = 0.(285714)$.

Rozwinięcie Dziesiętne na Ułamek

- **Skończone Rozwinięcie Dziesiętne:** Aby przekształcić skończone rozwinięcie dziesiętne na ułamek, liczbę dziesiętną zapisujemy jako ułamek dziesiętny i upraszczamy go. Przykład: $0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.
- **Rozwinięcie Dziesiętne Okresowe:** Aby przekształcić rozwinięcie dziesiętne okresowe na ułamek, można zastosować metodę algebryczną:
 1. Oznacz liczbę jako x (np. $x = 0.(3)$).
 2. Przemnóż obie strony równania przez 10, 100, itd. (tyle zer w mnożonej liczbie ile jest miejsc po przecinku do końca okresu), aby przesunąć kropkę dziesiętną w prawo do końca okresu (np. $10x = 3.(3)$).
 3. Odejmij pierwotne równanie od nowego (np. $10x - x = 3.(3) - 0.(3)$).
 4. Rozwiąż równanie dla x (np. $9x = 3$, $x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$).

Przykłady

- **Z ułamka na rozwinięcie dziesiętne:** $\frac{7}{8} = 0.875$ (dzielenie 7 przez 8).
- **Z rozwinięcia dziesiętnego na ułamek:** $0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$ (proste skracanie ułamka).
- **Okresowe na ułamek:** $0.(6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ (metoda algebraiczna).

Przykład 1:

Rozważmy liczbę $0.(57)$.

1. Oznaczmy liczbę jako x :

$$x = 0.(57)$$

2. Przemnóżmy obie strony równania przez 100, aby przesunąć kropkę dziesiętną w prawo o długość okresu:

$$100x = 57.(57)$$

3. Odejmijmy pierwsze równanie od nowego:

$$100x - x = 57.(57) - 0.(57)$$

$$99x = 57$$

4. Rozwiążmy równanie dla x :

$$x = \frac{57}{99} = \frac{19}{33}$$

Przykład 2:

Rozważmy liczbę $0.1(23)$.

1. Oznaczmy liczbę jako x :

$$x = 0.1(23)$$

2. Przemnóżmy obie strony równania przez 1000, aby przesunąć kropkę dziesiętną w prawo o długość okresu:

$$1000x = 123.(23)$$

3. Przemnóżmy obie strony równania przez 10, aby przesunąć kropkę dziesiętną do końca części przed okresem:

$$10x = 1.(23)$$

4. Odejmijmy drugie równanie od pierwszego:

$$1000x - 10x = 123.(23) - 1.(23)$$

$$990x = 122$$

5. Rozwiążmy równanie dla x :

$$x = \frac{122}{990} = \frac{61}{495}$$

Zadanie 1

Przekształć ułamek $\frac{3}{5}$ na rozwinięcie dziesiętne.

Zadanie 2

Przekształć liczbę 0.75 na ułamek zwykły w najprostszej postaci.

Zadanie 3

Przekształć ułamek $\frac{9}{16}$ na rozwinięcie dziesiętne.

Zadanie 4

Przekształć liczbę 0.(27) na ułamek zwykły.

Zadanie 5

Przekształć ułamek $\frac{11}{25}$ na rozwinięcie dziesiętne.

Zadanie 6

Przekształć liczbę 0.375 na ułamek zwykły.

Zadanie 7

Przekształć ułamek $\frac{2}{9}$ na rozwinięcie dziesiętne.

Zadanie 8

Przekształć liczbę 0.(54) na ułamek zwykły.

Zadanie 9

Przekształć ułamek $\frac{8}{11}$ na rozwinięcie dziesiętne.

Zadanie 10

Przekształć liczbę 0.125 na ułamek zwykły.

Zadanie 11

Przekształć ułamek $\frac{7}{8}$ na rozwinięcie dziesiętne.

Zadanie 12

Przekształć liczbę $0.(3)$ na ułamek zwykły.

Zadanie 13

Przekształć ułamek $\frac{13}{20}$ na rozwinięcie dziesiętne.

Zadanie 14

Przekształć liczbę $0.4(6)$ na ułamek zwykły.

Zadanie 15

Przekształć ułamek $\frac{5}{6}$ na rozwinięcie dziesiętne.

Odpowiedzi

Zadanie 1

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

Zadanie 2

$$0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Zadanie 3

$$\frac{9}{16} = 0.5625$$

Zadanie 4

$$0.(27) = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

Zadanie 5

$$\frac{11}{25} = 0.44$$

Zadanie 6

$$0.375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$$

Zadanie 7

$$\frac{2}{9} = 0.(2)$$

Zadanie 8

$$0.(54) = \frac{54}{99} = \frac{6}{11}$$

Zadanie 9

$$\frac{8}{11} = 0.(72)$$

Zadanie 10

$$0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$

Zadanie 11

$$\frac{7}{8} = 0.875$$

Zadanie 12

$$0.(3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Zadanie 13

$$\frac{13}{20} = 0.65$$

Zadanie 14

$$0.4(6) = \frac{7}{15}$$

Zadanie 15

$$\frac{5}{6} = 0.8(3)$$